

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
КОМИСИЯ ПО ПРОВЕЖДАНЕТО НА IX НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА
ПО АСТРОНОМИЯ

IV КРЪГ

15 юли 2006 г., гр. Стара Загора

Ученици старша възраст

Практическа задача - решение

Двойствеността на спектрално двойните звезди се установява чрез спектрални наблюдения. В таблицата са дадени данни залъчевите скорости на компонентите на спектрално двойната звездна система *p* от *Корабни платна*.

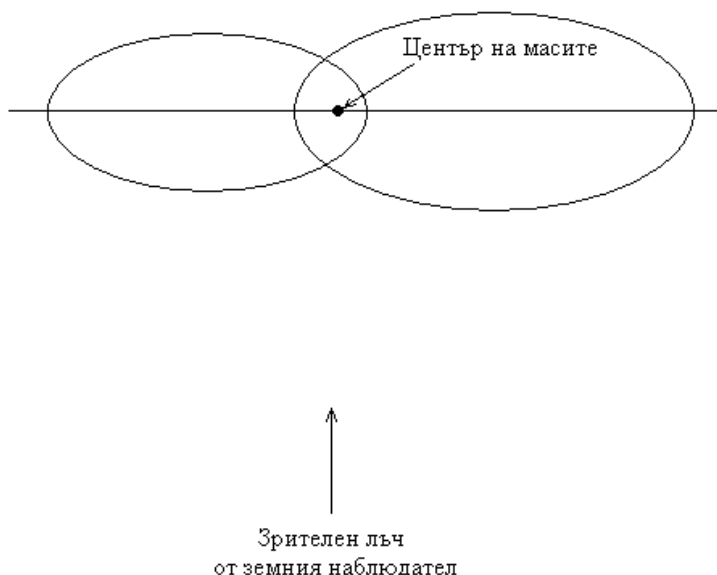
Изследвайки кривата налъчевите скорости, покажете приблизително как са ориентирани орбитите на компонентите й спрямо наблюдател на Земята, като приемете, че зрителниятлъч лежи в орбиталната равнина. Изчислете масите на двете компоненти в единици слънчеви маси.

No	T	V ₁ , km/s	V ₂ , km/s	No	T	V ₁ , km/s	V ₂ , km/s
1	0 ^d 00.0 ^h	23.1	13.2	11	3 ^d 18.6 ^h	26.4	8.2
2	0 ^d 14.4 ^h	6.6	39.6	12	4 ^d 18.8 ^h	36.3	-3.3
3	0 ^d 20.5 ^h	1.2	52.8	13	5 ^d 21.5 ^h	39.6	-6.6
4	1 ^d 06.8 ^h	-19.8	85.8	14	6 ^d 20.1 ^h	37.9	-9.9
5	1 ^d 11.9 ^h	-39.6	98.7	15	8 ^d 04.8 ^h	36.3	-3.3
6	1 ^d 19.5 ^h	-46.2	92.4	16	9 ^d 09.5 ^h	26.4	8.2
7	1 ^d 23.2 ^h	-36.3	72.6	17	9 ^d 19.8 ^h	23.1	13.2
8	2 ^d 07.4 ^h	-4.9	42.9	18	10 ^d 06.1 ^h	14.9	23.1
9	2 ^d 15.6 ^h	9.9	33.1	19	10 ^d 15.2 ^h	3.3	36.3
10	3 ^d 01.8 ^h	16.5	23.2	20	11 ^d 02.5 ^h	-19.8	62.7

Решение:

Построяваме кривите на изменение налъчевите скорости на двете компоненти на системата. Виждаме, че на високия остър пик налъчевата скорост на компонентата 1 съответства дълбок стръмен спад налъчевата скорост на компонентата 2. На полегатия плавен спад налъчевата скорост на звездата 1 съответства полегато плавно увеличение при звездата 2. Това се дължи на факта, че около моментите на минимумите и максимумите налъчевите скорости налячението на действителните скорости на звездите е близко до налячението на зрителниялъч от земния наблюдател. Освен това, острите пикове и спадове отразяват бързото и силно нарастване на радиалната компонента на скоростта на всяка от звездите около перицентъра на нейната орбита относно центъра на масите на системата. Полегатите пикове и спадове отразяват движението на компонентите около апоцентровете на техните орбити. Симетричността на пиковите и спадовете говори за това, че всъщност скоростите на звездите в самите перицентрове и в апоцентровете на техните орбити практически съвпадат по направление със зрителниялъч. Следователно големите оси на елиптичните орбити на звездите са разположени

перпендикулярно на зрителния лъч от земния наблюдател. Зрителният лъч лежи в равнината на орбитите. Следователно лъчевите скорости в перицентровете и апоцентровете на елиптичната орбити на звездите, измерени по върховете стойности на графиката, са равни на действителните скорости на звездите в тези точки.



Прекарваме хоризонтална линия през точките, където двете графики на лъчевите скорости се пресичат. Нивото на тази линия определя лъчевата скорост, с която се движи центърът на масите на двойната звездна система относно нас. Тя е $v_C = 20$ км/с. Когато определяме лъчевата скорост на коя да е от звездите в даден момент чрез измерване и отчитане по графиката, от тази измерена стойност винаги вадим v_C , за да получим лъчевата скорост на звездата относно центъра на масите.

Означаваме с v_{p1} , v_{a1} , v_{p2} , v_{a2} скоростите в перицентъра и в апоцентъра съответно на звездата 1 и на звездата 2. От измерванията, като приведем стойностите към движение относно центъра на масите на системата, получаваме:

$$v_{p1} = 80 \text{ км/с}$$

$$v_{a1} = 30 \text{ км/с}$$

$$v_{p2} = 65 \text{ км/с}$$

$$v_{a2} = 20 \text{ км/с}$$

Отношението на масите на двете звезди M_1 и M_2 е:

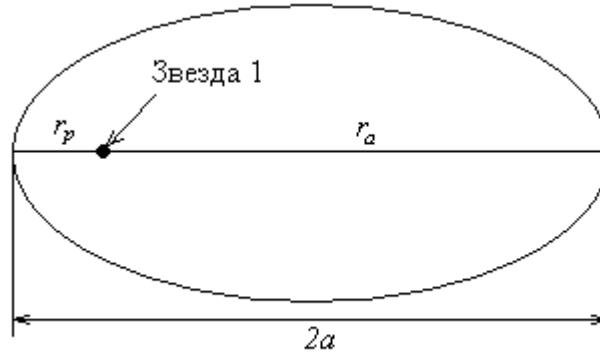
$$n = \frac{M_1}{M_2} = \frac{v_{p2}}{v_{p1}} \approx 0.8 \quad (1)$$

Разглеждаме движението примерно на звездата 2 относно звездата 1. В координатна система, в която звездата 1 е неподвижна, звездата 2 описва около нея относителна елипса със следните параметри:

$$r_p = r_{p1} + r_{p2}$$

$$r_a = r_{a1} + r_{a2}$$

$$a = (r_{p1} + r_{p2})/2$$



Скоростите на движение на звездата 2 относно звездата 1 в перицентъра и апоцентъра на относителната елипса са съответно:

$$v_p = v_{p1} + v_{p2} = 145 \text{ км/с} \quad (2)$$

$$v_a = v_{a1} + v_{a2} = 50 \text{ км/с} \quad (3)$$

Съгласно III закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\gamma(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

Орбиталния период определяме също по графиката: $T = 9.8$ денонощия. Въвеждаме следното означение:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma(M_1 + M_2)}{a}} \quad (4)$$

Това е скоростта, с която звездата 2 би се движила по кръгова орбита с радиус a около звездата 1. Тогава:

$$\frac{a^2}{T^2} = \frac{v_0^2}{4\pi^2} \quad (5)$$

От II закон на Кеплер: $v_p r_p = v_a r_a$, и от формулата:

$$v_p = v_0 \sqrt{\frac{r_a}{r_p}}$$

като използваме (2) и (3), определяме:

$$v_0 = \sqrt{v_p v_a} = 85.15 \text{ км/с}$$

Оттук и от равенствата (5), (4) и (1) намираме последователно:

$$a = \frac{v_0 T}{2\pi} \approx 11.48 \times 10^6 \text{ км}$$

$$M_1 + M_2 = \frac{a v_0^2}{\gamma}$$

$$M_2 = \frac{a v_0^2}{\gamma(n+1)} \approx 0.70 \times 10^{30} \text{ кг} \approx 0.35 \text{ сл. маси}$$

$$M_1 = n M_2 \approx 0.55 \times 10^{30} \text{ кг} \approx 0.28 \text{ сл. маси}$$